

Résumé de cours
dipôle RC

2 bac Science physique Et Science math

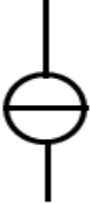

Prof
Marwane CHARGUI

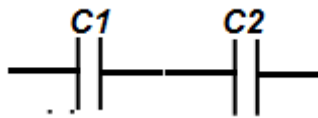
Le condensateur c'est un dipôle qui caractérise par sa capacité C et son rôle est stocker l'énergie électrique
Le symbole de condensateur



La tension entre les bornes de condensateur s'écrit sous la forme $u_c = \frac{q}{C}$

La relation entre la charge et l'intensité

Générateur de courant idéal	Générateur de tension idéal
	
$I = \frac{q}{t}$	$i = \frac{dq}{dt}$

Association des condensateurs**En série**

$$I = I_1 = I_2$$

$$\text{On } q = q_1 = q_2$$

$$U_{C_{eq}} = U_{C_1} + U_{C_2}$$

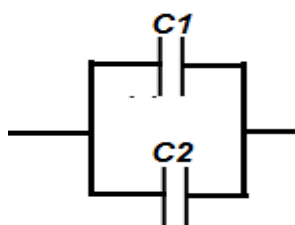
$$\text{Et } U_{C_1} = \frac{q_1}{C_1}; U_{C_2} = \frac{q_2}{C_2}; U_{C_{eq}} = \frac{q}{C_{eq}}$$

Donc

$$U_{C_{eq}} = U_{C_1} + U_{C_2} \Leftrightarrow \frac{q}{C_{eq}} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \Leftrightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\text{En générale : } \frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Le rôle de cette association en série c'est de diminuer la valeur de la capacité

En parallèle

$$I = I_1 + I_2$$

$$\text{On } q = q_1 + q_2$$

$$U_{C_{eq}} = U_{C_1} = U_{C_2}$$

$$\text{Et } q_1 = C_1 U_{C_1}; q_2 = C_2 U_{C_2}; q = C_{eq} U_{C_{eq}}$$

Donc

$$q = q_1 + q_2 \Leftrightarrow C_{eq} U_{C_{eq}} = C_1 U_{C_1} + C_2 U_{C_2} \Leftrightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$\text{En générale : } C_{eq} = \sum C_i$$

Le rôle de cette association en série c'est d'augmenter la valeur de la capacité

Constante de temps τ pour un dipôle RC : $\tau = RC$

La constante de temps donne un ordre de grandeur de la rapidité de la charge (ou de la décharge).

La durée nécessaire pour que le condensateur charge totalement (régime permanent) est 5τ .

Remarque : L'analyse dimensionnelle permet de retrouver ce résultat. En effet :

$$\text{La loi d'Ohm } U = R.i \quad \square \square \text{ montre que } [R] = \frac{[U]}{[I]} \quad \square$$

$$\text{- La relation } i = C \cdot \frac{du_c}{dt} \text{ montre que } [C] = \frac{[I] \cdot [T]}{[U]} \quad \square$$

$$\text{On en déduit } [\tau] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]} \times \frac{[I] \cdot [T]}{[U]} = [T]$$

donc $\tau = RC$ a bien les dimensions d'un temps (s dans SI)

Energie emmagasinée par le condensateur

Un condensateur de capacité C est capable de stocker une énergie

$$\text{On a la relation : } P_e = u_c \cdot i = u_c \cdot C \frac{du_c}{dt} = C u_c \frac{du_c}{dt}$$

$$\text{Et } P_e = \frac{dE_e}{dt}$$

$$\text{Donc } \frac{dE_e}{dt} = C u_c \frac{du_c}{dt} \Leftrightarrow dE_e = C u_c du_c$$

Par intégration on trouve

$$E_e = \frac{1}{2} C u_c^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

Dans le régime permanent

$$E_{e \max} = \frac{1}{2} C \cdot E^2$$

Etude la réponse d'un circuit RC à un échelon de tension

La tension $u_C(t)$

Equation différentielle qui vérifie

Selon la loi d'addition des tensions
 $u_R + u_C = E$
 Et selon la loi d'ohm on a :
 $u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{du_C}{dt}$
 Donc
 $R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$

La charge $q(t)$

Selon la loi d'addition des tensions
 $u_R + u_C = E$
 Et selon la loi d'ohm on a :
 $u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = R.C.\frac{du_C}{dt}$
 Donc
 $R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \Leftrightarrow R.C.\frac{dq}{dt} + q = CE$

La tension $u_R(t)$

Selon la loi d'addition des tensions
 $u_R + u_C = E$
 On va calculer la dérivée
 $\frac{du_R}{dt} + \frac{du_C}{dt} = \frac{dE}{dt} = 0$
 On a $\frac{du_C}{dt} = \frac{u_R}{RC}$
 Donc $\frac{du_R}{dt} + \frac{u_R}{RC} = 0$

L'intensité de courant $i(t)$

Selon la loi d'addition des tensions
 $u_R + u_C = E$
 On va calculer la dérivée
 $\frac{du_R}{dt} + \frac{du_C}{dt} = \frac{dE}{dt} = 0$
 On a $\frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}$ et $\frac{du_R}{dt} = R\frac{di}{dt}$
 Donc
 $R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \Leftrightarrow RC\frac{di}{dt} + i = 0$

La solution

$u_C(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = A - Ae^{-\frac{t}{\tau}}$
 On calcule la dérivée $\frac{du_C}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$
 On remplace dans l'équation
 $R.C\left(\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} = E$
 $Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = E - A$
 $\tau = RC$ et $A = E$
 $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = A - Ae^{-\frac{t}{\tau}}$
 On calcule la dérivée $\frac{dq}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$
 On remplace dans l'équation
 $R.C\left(\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} = CE$
 $Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = CE - A$
 $\tau = RC$ et $A = CE$
 $q(t) = CE\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$u_R(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$
 On calcule la dérivée $\frac{du_R}{dt} = \frac{-A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$
 On remplace dans l'équation
 $R.C\left(\frac{-A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$
 $Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = 0$
 Donc $\tau = RC$ et $A = E$
 $u_R(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$

$i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$
 On calcule la dérivée $\frac{di}{dt} = \frac{-A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$
 On remplace dans l'équation
 $R.C\left(\frac{-A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + Ae^{-\frac{t}{\tau}} = 0$
 $Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = 0$
 Donc $\tau = RC$ et $A = \frac{E}{R}$
 $i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

La courbe

